Aufgabenset:
Ableitung, Steigung, Tangente

Auf diesem Arbeitsblatt findest du Aufgaben in drei verschiedenen Schwierigkeitsstufen, die durch Farben gekennzeichnet sind:

Leichte Aufgaben	Mittlere Aufgaben	Schwere Aufgaben

Du kannst selbstständig wählen, welche Aufgaben du bearbeiten möchtest. Bearbeite **mindestens drei Aufgaben** - wenn du schnell fertig bist: so viele, wie du kannst. Kreuze hier die bearbeiteten Aufgaben an:

1	Änderungsraten bei der Vermehrung von Viren 💻	4	Eine Autofahrt mit Funktionsgraphen beschreiben
2	Finde den Fehler: Tangenten	5	Passende Funktionen zu Ableitungen finden
3	Die Ableitung zum Funktionsgraphen finden	6	Ebbe und Flut mit einer Funktion beschreiben 💻

Einige Aufgaben sind mit dem Symbol 💻 gekennzeichnet. Bei diesen Aufgaben wirst du mit GeoGebra arbeiten.

Hinweis zum Urheberrecht: Die in dieser Aufgabensammlung dargestellten Bilder sind KI-generiert mithilfe von Magic Media (Canva).

1 Änderungsraten bei der Vemehrung von Viren 💻

Im Labor wird eine Virenkultur vermehrt, um diese zur Untersuchung nutzen zu können. Die Funktion $f(t) = 2^t$ beschreibt die Anzahl der Viren zum Zeitpunkt t (in Tagen gemessen).

a. Rufe den Link zum GeoGebra-Applet auf.
Ermittle die Ableitungen $f'(1)$ und $f'(3)$ näherungsweise, indem du das Grenzwertverhalten des Differenzenquotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ betrachtest. Fülle die folgende Tabelle aus, indem du die entsprechenden Werte in GeoGebra abliest und dann rechnest.

https://www.geogebra.org/m/nc4rzfr4

$x = 1$	Δy	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
$\Delta x = 0{,}1$		
$\Delta x = 0{,}01$		
$\Delta x = 0{,}001$		

$x = 3$	Δy	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
$\Delta x = 0{,}1$		
$\Delta x = 0{,}01$		
$\Delta x = 0{,}001$		

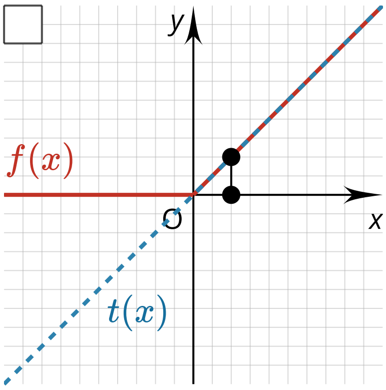
Für $\Delta x \to 0$ strebt $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ gegen
$f'(1) \approx$

Für $\Delta x \to 0$ strebt $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ gegen
$f'(3) \approx$

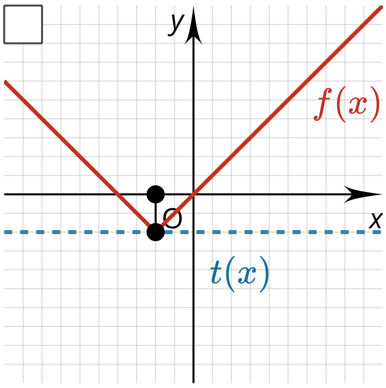
b. Erkläre knapp: Was bedeutet es für das Virenwachstum zum Zeitpunkt t, dass die Ableitung $f'(t)$ positiv für ist? Erkläre auch, was eine negative Ableitung bedeuten würde.

2 Finde den Fehler: Tangenten

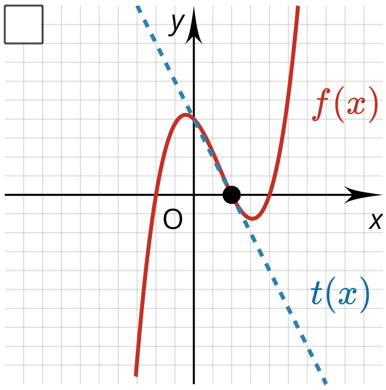
a. Finde den Fehler: Kreuze diejenigen Darstellungen an, in denen t **nicht** die Tangente an f im markierten Punkt ist.



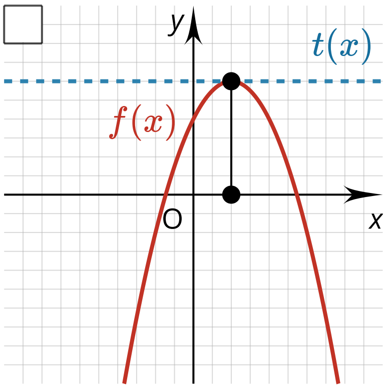
I.



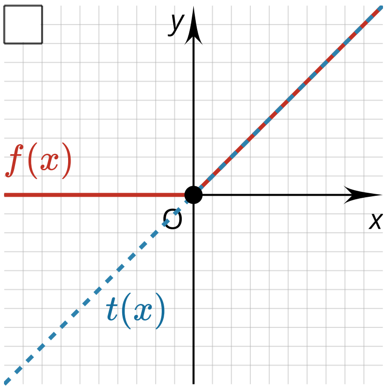
II.



III.



IV.

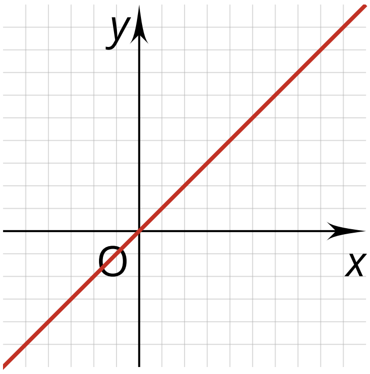


V.

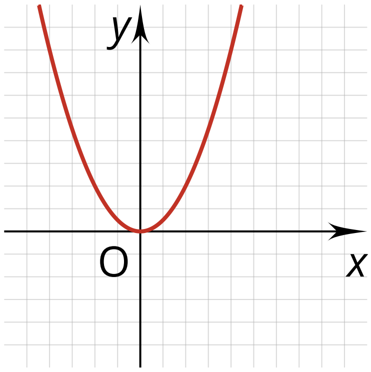
b. Begründe *in eigenen Worten* für *eine* der von dir angekreuzten Darstellungen, warum es sich nicht um eine Tangente handelt.

3 Die Ableitung zum Funktionsgraphen finden

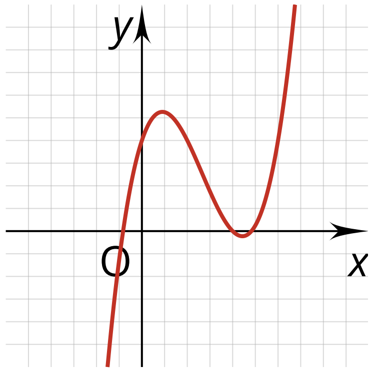
a. Im Folgenden sind verschiedene Funktionsgraphen abgebildet. Markiere dir zunächst auf der x-Achse oder am Graphen, wo die Funktion monoton wachsend oder fallend ist.



I.



II.



III.

b. Skizziere nun jeweils den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion.

> Beachte: Bleibt die Steigung in einem bestimmten Bereich jeweils konstant oder steigt sie immer weiter / fällt immer weiter ab?

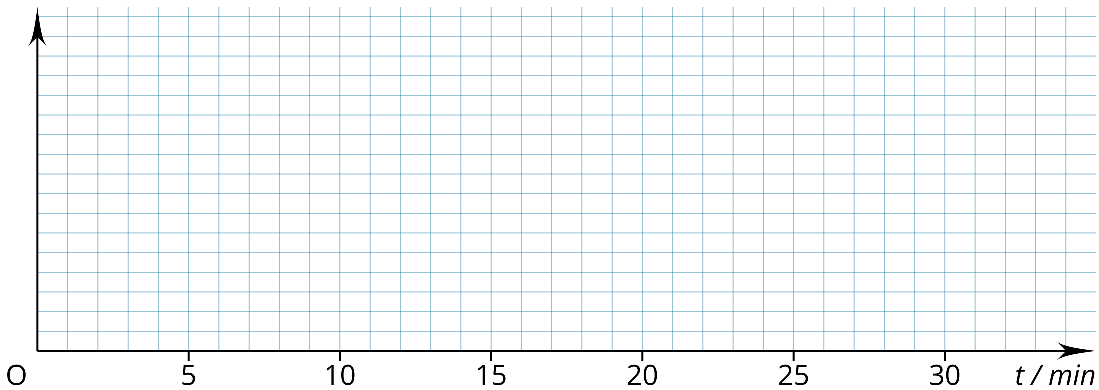
c. Formuliere eine Vermutung: Was gilt für den Funktionsgraphen an den Stellen, wo die Ableitung 0 wird? <u>Begründe</u> deine Vermutung.

4 Eine Autofahrt mit Funktionsgraphen beschreiben

Frau Nguyen fährt jeden Morgen mit dem Auto eine halbe Stunde zur Arbeit. Ihr Arbeitsweg teilt sich wie folgt auf.

1. Zunächst fährt sie aus der Garage heraus und dann aus ihrem Dorf bis zur Autobahn. Hier fährt sie mit höchstens 50 km/h. Nach 8 min erreicht sie die Autobahnauffahrt.
2. Auf der Autobahn fährt sie weitere 12 min mit sehr hoher Geschwindigkeit.
3. Sobald sie ins Stadtgebiet kommt, fährt sie zunächst 5 min durch die Vororte mit max. 50 km/h.
4. In der Innenstadt fährt sie sehr langsam, da es hier auch immer viel Verkehrsaufkommen um die Zeit gibt. Schließlich parkt sie auf dem Parkplatz des Büros.

a. Markiere auf der x-Achse farbig die Zeitintervalle, die den vier Abschnitten 1. – 4. entsprechen und beschrifte sie dementsprechend mit 1. – 4.



b. Skizziere die Graphen $s(t)$ des zurückgelegten Wegs und $s'(t)$ der momentanen Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t im selben Diagramm.

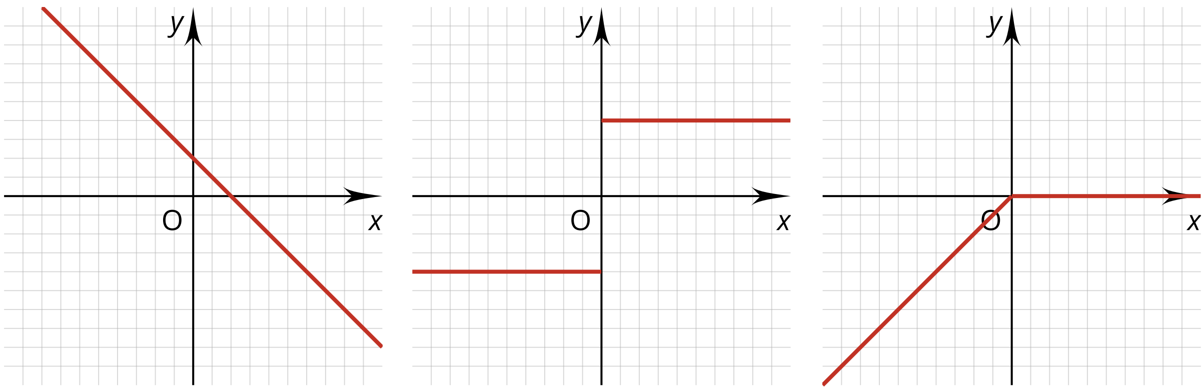
Die genauen Funktionswerte sind unwichtig, hier geht es v.a. um das Steigungsverhalten.

Überlege dir: Hat der Graph Knicke oder ist er "glatt"?

c. Angenommen, es gäbe ein kleines Zeitintervall, in welchem $s'(t)$ konstant 0 ist. Erkläre, was das im Kontext der Autofahrt bedeuten würde.

5 Passende Funktionen zu Ableitungen finden

a. Im Folgenden sind die Graphen von Ableitungsfunktionen f' gegeben. Skizziere jeweils dazu den Graphen einer passenden Funktion f, sodass f' deren Ableitung ist.



b. Zeige, dass die Lösung für **a.** nicht eindeutig ist. Skizziere dafür in eine der drei Darstellungen eine weitere Funktion g, deren Ableitung ebenfalls f' ist. Begründe!

Tipp: Wie kannst du f verändern, sodass sich die Steigung von f nicht verändert?

6 Ebbe und Flut mit einer Funktion beschreiben 💻

a. Während der Gezeiten schwankt ein Gewässer zwischen Ebbe (6 Stunden) und Flut (weitere 6 Stunden). Die Funktion w, die durch

$$t \longmapsto w(t) = \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 2$$

gegeben ist, stellt den Wasserstand in Metern in Abhängigkeit von der Zeit in Stunden dar. Stelle die Funktion in GeoGebra dar. Gemessen wurde an einer Stelle nahe der Küste. Gib den Höchst- und Tiefstwert von $w(t)$ an.

b. Beschreibe, wie du in GeoGebra mithilfe von einer Sekante ablesen kannst, dass die mittlere Änderungsrate im Intervall $[0,12]$ genau 0 beträgt.

c. Wenn die mittlere Änderungsrate in $[0,12]$ 0 beträgt, bedeutet das, dass sich der Wasserstand in dieser Zeit nicht ändert? Nimm <u>begründet</u> Stellung.

d. Gib alle Intervalle für t an, in denen $w'(t) \geq 0$ ist. Erkläre, was es für den Wasserstand zum Zeitpunkt t bedeutet, dass die Ableitung $w'(t)$ positiv ist.