

Mathematik mit der HBS12

Sekantensteigung bestimmen



Ein Pharmahersteller testet verschiedene Wärmepflaster. Er hat bereits herausgefunden, dass das Produkt f die Oberfläche der Haut um 3 Grad erhitzt, aber bereits nach einer Stunde nicht mehr wirkt. Produkt g hingegen wirkt für zwei Stunden, erhitzt die Oberfläche der Haut aber nur um rund 1,7 Grad.

Jetzt möchte der Hersteller noch wissen, welches Produkt sich schneller erwärmt bzw. schneller abkühlt. Das heißt, je höher die Steigung ist, umso schneller erwärmt sich das Pflaster oder kühlt es ab.

Den Verlauf der Wärmeentwicklung im Vergleich zur Zeit kann man mit folgenden Funktionen beschreiben:

$$f(x) = 20x^3 - 40x^2 + 20x$$

$$g(x) = -0,3x^3 - x^2 + 3x$$

① Berechne die Sekantensteigung der Funktionen f und g zwischen den folgenden x -Werten:

- bei Funktion f :

a) $x_1 = 0$ und $x_2 = 0,2$

b) $x_1 = 0,5$ und $x_2 = 1$

bei Funktion g :

c) $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$

d) $x_1 = 1$ und $x_2 = 1,5$

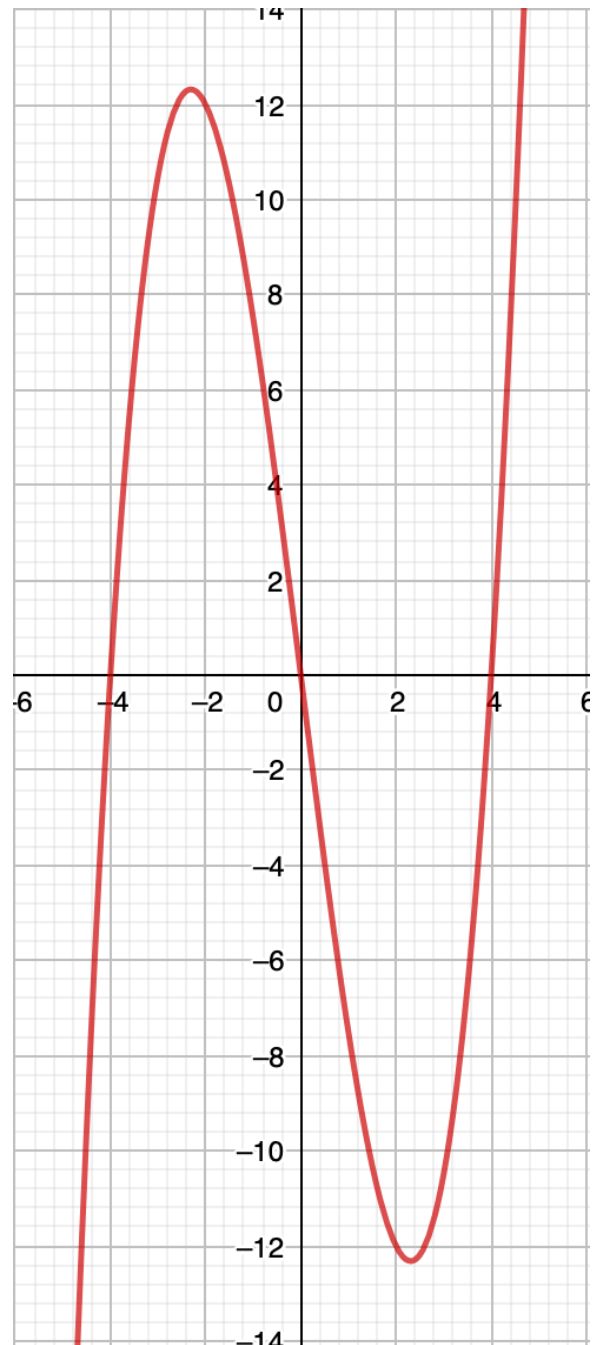
- Welche Schlussfolgerungen kannst Du aus den verschiedenen Steigungen entnehmen?

- ② Ein anderes Produkt des Herstellers ist die Kühlkompressor k . Hier ist aktuell noch unbekannt, wann die tiefste Temperatur erreicht ist. Der Kühlverlauf kann mit der folgenden Funktion beschrieben werden:
- $$k(x) = 0,5x^3 - 8x.$$

- Überlege, welchen Wert die Steigung im tiefsten Punkt vermutlich hat. Notiere Deine Überlegung und halte diese schriftlich fest.
- Den Verlauf der Funktion kannst Du der folgenden Zeichnung entnehmen. Man erkennt, dass der tiefste Punkt der Funktion irgendwo so bei 2,1 oder 2,2 ist. Das wollen wir nun überprüfen. Berechne die Sekantensteigung zwischen den folgenden x-Werten:

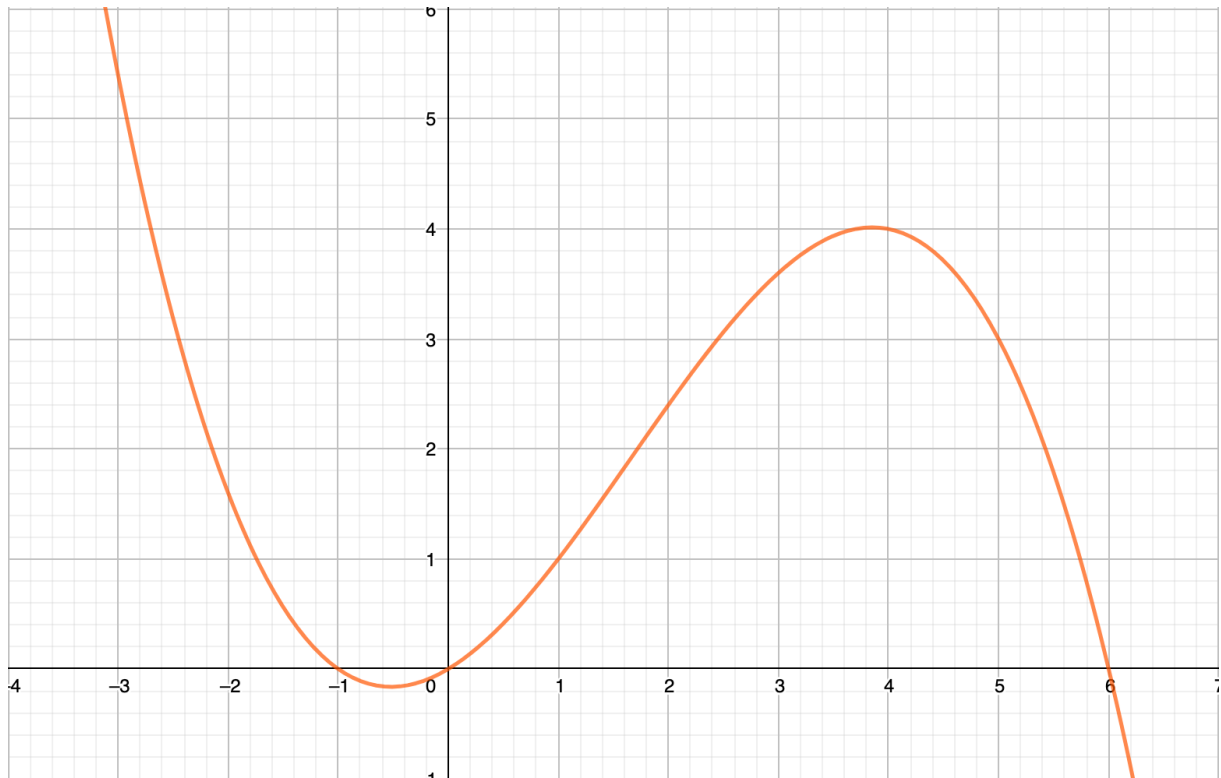
- a) $x_1 = 0$ und $x_2 = 2$
- b) $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$
- c) $x_1 = 1,9$ und $x_2 = 2$
- d) $x_1 = 2,2$ und $x_2 = 2,5$
- e) $x_1 = 2,2$ und $x_2 = 2,25$
- f) $x_1 = 2,2$ und $x_2 = 2,001$

- Kannst Du mit den berechneten Steigungen deine Überlegung von vorhin bestätigen?

Graph der Funktion $k(x)$

- ③ Die Funktion $f(x) = -0,1x^3 + 0,5x^2 + 0,6x$ für den Verlauf des „künstlichen Fiebers“ hast Du ja bereits selbst berechnet. Den Graphen findest Du hier nochmals abgebildet.

Wir wollen nun möglichst genau feststellen, wo der höchste Punkt der Funktion ist. Hierzu bestimmst Du die Sekantensteigung, wobei die Punkte auf dem Graphen möglichst dicht beieinander liegen und möglichst dicht am höchsten Punkt sind. Wähle selbst die Punkte für die Sekanten aus und versuche den Punkt der Funktion zu finden, wo die Sekantensteigung den Wert 0 hat.



Graph der Funktion $f(x)$