Quadratwurzeln

Näherungswerte irrationaler Zahlen

Wie wir ja bereits wissen, gibt es Zahlen, welche nicht als Bruch dargestellt werden können. Diese Zahlen nennen wir **irrationale Zahlen** (sh. Hefter *Zahlenbereiche*).
Ein uns bereits bekanntes Beispiel ist die Zahl $\sqrt{2}$, welche wir nicht als Bruch darstellen können. Jedoch können wir Näherungswerte angeben.

Der Taschenrechner kann uns dabei einen solchen Näherungswert angeben, nämlich:

$\sqrt{2} \approx$ ______

Es gibt auch eine Möglichkeit, solche Näherungswerte selbst zu bestimmen. Wir nehmen folgendes Beispiel:

$$\sqrt{8} \approx 2{,}828$$

Dafür stellen wir einige Überlegen an:

$$2 < \sqrt{8} < 3 \text{ denn } 2^2 = 4 < 8 < 9 = 3^2$$

Diesen Spiel können wir weiter treiben, indem wir eine Nachkommastelle einfügen:

$$2{,}8 < \sqrt{8} < 2{,}9 \text{ denn } 2{,}8^2 = 7{,}84 < 8 < 8{,}41 = 2{,}9^2$$

In dieser Art und Weise können wir unsere Lösung immer weiter annähern, indem wir eine weitere Nachkommastelle zu unserer Näherungslösung hinzufügen. Nun bist **du** dran! Fülle die Lücken für die nächsten zwei Schritte aus! Du darfst den Taschenrechner nutzen.

$2{,}82 < \sqrt{8} < 2{,}83$ denn $2{,}82^2 =$ ______ $< 8 <$ ______ $= 2{,}83^2$

$2{,}828 < \sqrt{8} <$ ______ denn $2{,}828^2 =$ ______ $< 8 <$ ______ $=$ ______

Damit: $\sqrt{8} \approx$ ______

Wir sehen, dass wir uns an Näherungslösungen durch geschickte Intervallschachtelungen (also Wahl zweier Zahlen, die eng beieinander liegen, die Wurzeln unsere gesuchten Zahl aber noch immer dazwischen) herausfinden können! Für unsere Einstiegsaufgabe durften wir den Taschenrechner verwenden. Dies ist allerdings eine Methode, um Näherungslösungen von irrationalen Zahlen zu finden, wenn kein Taschenrechner zur Verfügung steht!