

## Die Produktregel

### Die Ableitung eines Produktes von Funktionen

**Ziel:** Es soll eine Regel für die Ableitung eines Produktes  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  gefunden werden, falls die Ableitungen von  $u$  und  $v$  bekannt sind.

- ① Bei einer Summe  $f = u + v$  von Funktionen gilt  $f' = u' + v'$ .



Gibt es für ein Produkt  $f = u \cdot v$  eine entsprechende einfache Ableitungsregel?

u	v	$f=u \cdot v$	richtige Ableitung $f'$	$u'$	$v'$	Kombination aus $u, v, u'$ und $v'$
x	3x	$3x^2$	6x	1	3	
x	$x^2$	$x^3$				
$x^2$	$x^3$					
$x^2$	$x^5$					

- ② Vermutung:

Die Ableitung von  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  **[[ $f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$ ]].**

## ③ Kurzform eines Beweises zur Ableitung eines Produktes (g · h) von Funktionen:

$$\text{Binomische Formel: } (u + v)^2 = u^2 + 2 u \cdot v + v^2$$

Beide Seiten ableiten:

(1)

$$2 (u+v) (u+v)' = 2 u u' + 2 (u v') + 2v v' \quad (\text{mit Kettenregel})$$

(2)

$$(u+v) (u' + v') = u u' + (u v') + v v'$$

(3)

$$u u' + u v' + v u' + v v' = u u' + (u v') + v v'$$

(4)

$$u v' + v u' = (u \cdot v)'$$

## ④ Erläutern Sie

- warum in Zeile (1) auf der linken Seite der Term  $(u + v)'$  und auf der rechten Seite die Terme  $u'$  und  $v'$  stehen.
- warum in Zeile (1) nur die mit Pfeilen gekennzeichneten Funktionen abgeleitet werden, aber das Produkt  $(u \cdot v)$  nur mit Ableitungszeichen versehen wird.
- welche Umformung von Zeile (1) nach Zeile (2) durchgeführt wurde.
- nach welcher Rechenregel von Zeile (2) nach Zeile (3) die linke Seite umgeformt wurde.
- das Ergebnis in Zeile (4) in Worten.