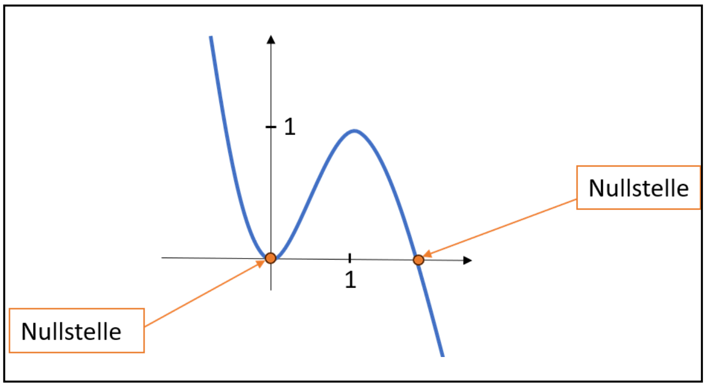
Nullstellen

Jeder Punkt einer Funktion f wird **Nullstelle** genannt, wenn gilt, dass $f(x) = 0$ ist.

Beispiel:
Die Nullstellen des blauen Graphen (rechts) sind $x_{N,1} = 0$ und $x_{N,2} = 2$.



① Bestimme die Nullstellen der folgenden **linearen Funktion**.

a) $f(x) = 0{,}5\,x - 3$
b) $g(x) = 10\,x + 0{,}5$
c) $h(x) = 3 + x$

Nullstellen lineare Funktion

Visualisierung: ab 0:00 min
Berechnung ab: 2:20 min

Link:
https://youtu.be/DAJ1i9oD1VE

② Bestimme die Nullstellen der folgenden **quadratischen Funktion**.

a) $f(x) = 2\,x^2 + x - 6$
b) $g(x) = -2\,x^2 - 8\,x - 6$

Nullstellen quadratische Gleichungen

Link:
https://youtu.be/B_PtpvhnNg0

YouTube-

③ Bestimme die Nullstellen der folgenden **kubischen Funktion**.

a) $f(x) = 2\,x^3 + x^2 - 10\,x$
b) $g(x) = 0{,}25\,x^3 - 0{,}5\,x^2 - 2\,x$

Nullstellen kubische Funktion

Link:
https://youtu.be/z4BjlqYJCps

YouTube-

④ Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen durch **Substitution**.

- $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
- $g(x) = 5\,x^4 - 5x^2 - 10$

Nullstellen durch Substitutionsmethode

Link:
https://youtu.be/Rpos9cEyCJY

YouTube-

⑤ Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen durch **Polynomdivision**.

a) $f(x) = x^3 - 2\,x^2 + 2$
b) $g(x) = x^3 - 4{,}5\,x^2 + 6 - 2$

Polynomdivision

Link:
https://youtu.be/OdlYNZXjmWA

YouTube-

Lösungen

① Lösungen

a) *Lösungsweg:*

$f(x) = 0{,}5\,x - 3$ $\quad|f(x)$ Null setzen

$f(x) = 0$

$0 = 0{,}5\,x - 3$ $\quad|+3$

$3 = 0{,}5\,x$ $\quad|\cdot 2$

$6 = x$

$x_N = 6$

b) $x_N = -1/20 = -0{,}05$

c) $x_N = -3$

② Lösungen

a) *Lösungsweg:*

$f(x) = 2\,x^2 + x - 6$ $\quad|f(x)$ Null setzen

$f(x) = 0$

$0 = 2\,x^2 + x - 6$ $\quad|:2$

$0 = x^2 + 0{,}5\,x - 3$ $\quad|$ p-q-Formel

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

$x_{1/2} = -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + 3}$

$x_{1/2} = -\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16}}$

$x_{1/2} = -\frac{1}{4} \pm \frac{7}{4}$

$x_1 = -2$

$x_2 = \frac{3}{2}$

b) $x_1 = -3$

$x_2 = -1$

③ Lösungen

a) *Lösungsweg:*

$f(x) = 2\,x^3 + x^2 - 10x$ $\quad|f(x)$ Null setzen

$f(x) = 0$

$0 = 2\,x^3 + x^2 - 10x$ $\quad|x$ ausklammern

$0 = x\,(2\,x^2 + x - 10)$ $\quad|x$ ausklammern

$x_{N,1} = 0$

$0 = 2\,x^2 + x - 10$ $\quad|$ wie bei 2a) vorgehen ausklammern

$x_{N,2} = -2{,}5$

$x_{N,3} = 2$

③ **Lösungen**

a)

b) $x_{N,1} = 0$

$x_{N,2} = -2$

$x_{N,3} = 4$

④ **Lösungen**

a) *Lösungsweg:*

$f(x) = x^4 - 5x^2 - 4$ | $f(x)$ Null setzen

$f(x) = 0$

$0 = x^4 - 5x^2 - 4$ | $x^2 = u$

$0 = u^2 - 5u - 4$ | p-q-Formel

...

$u_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$

$u_1 = 1$

$u_2 = 4$

$x_1^2 = 1$ und $x_2^2 = 4$

$x_{N,1} = 1$

$x_{N,2} = -1$

$x_{N,3} = 2$

$x_{N,4} = -2$

b) $x_{N,1} = -1$

$x_{N,2} = 1$

⑤ **Lösungen**

a) *Lösungsweg:*

$f(x) = x^3 - 2\,x^2 + 2$ | Nullstelle erraten

$x = 1 : f(1) = 0$

Faktorisierung:

$f(x) = (x-1) \cdot p_2(x) \rightarrow p_2(x) = \frac{f(x)}{x-1}$

$$
\begin{array}{l}
p_2(x) = (x^3 - 2x^2 - x + 2) : (x-1) = x^2 - x - 2 \\
\quad \underline{-(x^3 - x^2)} \\
\qquad -x^2 - x \\
\qquad \underline{-(-x^2 + x)} \\
\qquad\qquad -2x + 2 \\
\qquad\qquad \underline{-(-2x + 2)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Nullstellen von p_2:

$x^2 - x - 2 = 0$

$x_{N,1} = 2$
$x_{N,2} = -1$

b) $x_{N,1} = 2$
$x_{N,2} = 0{,}5$