

2 Découvrir la réciproque d'une fonction

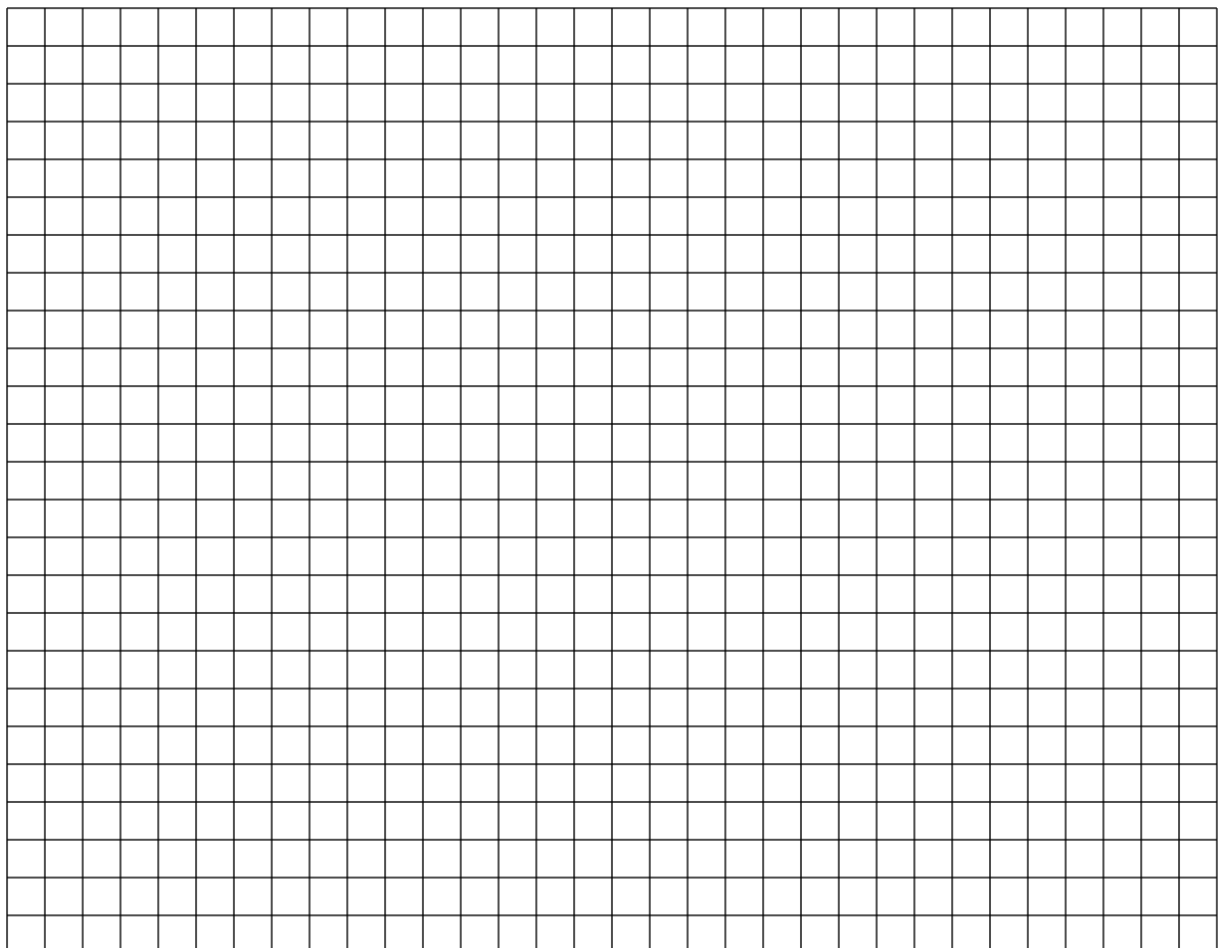
Connaissant une représentation d'une fonction, est-il possible de renverser cette représentation pour retrouver la valeur x à partir d'une valeur y ?

1 En août 2021, la banque nationale affiche un cours du dollar de 1 USD = 0,850 €.

- Donner la formule de conversion d'un montant en Euro (x) vers le montant en Dollar (y).
- Représenter la fonction du point a) avec trois manières différentes.

2 Nous nous intéressons maintenant pour la fonction inverse: la fonction qui convertit un montant en dollars vers un montant en euros.

- Donner la formule de conversion d'un montant en Dollar (x) vers le montant en Euro (y).
- Représenter la fonction du point a) avec trois manières différentes.
- Existent-ils des relations entre les différentes représentations de la fonction initiale (conversion de Euros vers Dollars) et la fonction inverse (conversion de Dollars vers Euro)? Décrivez comment on peut passer de la représentation de la fonction initiale à la représentation correspondante de la fonction inverse.



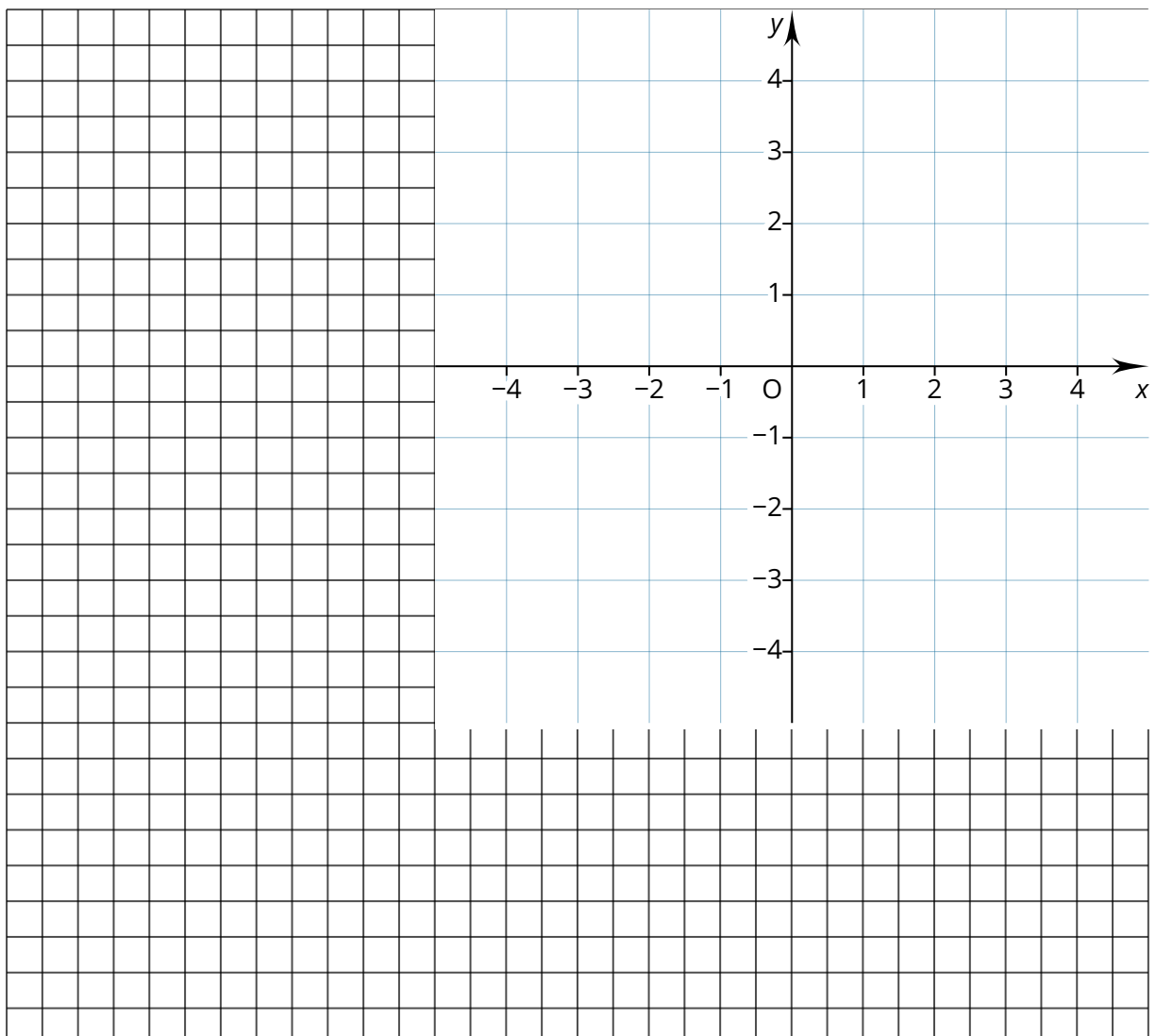
3

Pour réaliser les 39 petits cubes nécessaires pour terminer une maquette, François dispose de 20 cm^3 de matière première. Il doit fabriquer un moule dans lequel il pourra couler la matière à l'état liquide. Quelles doivent être les dimensions intérieures de son moule ?

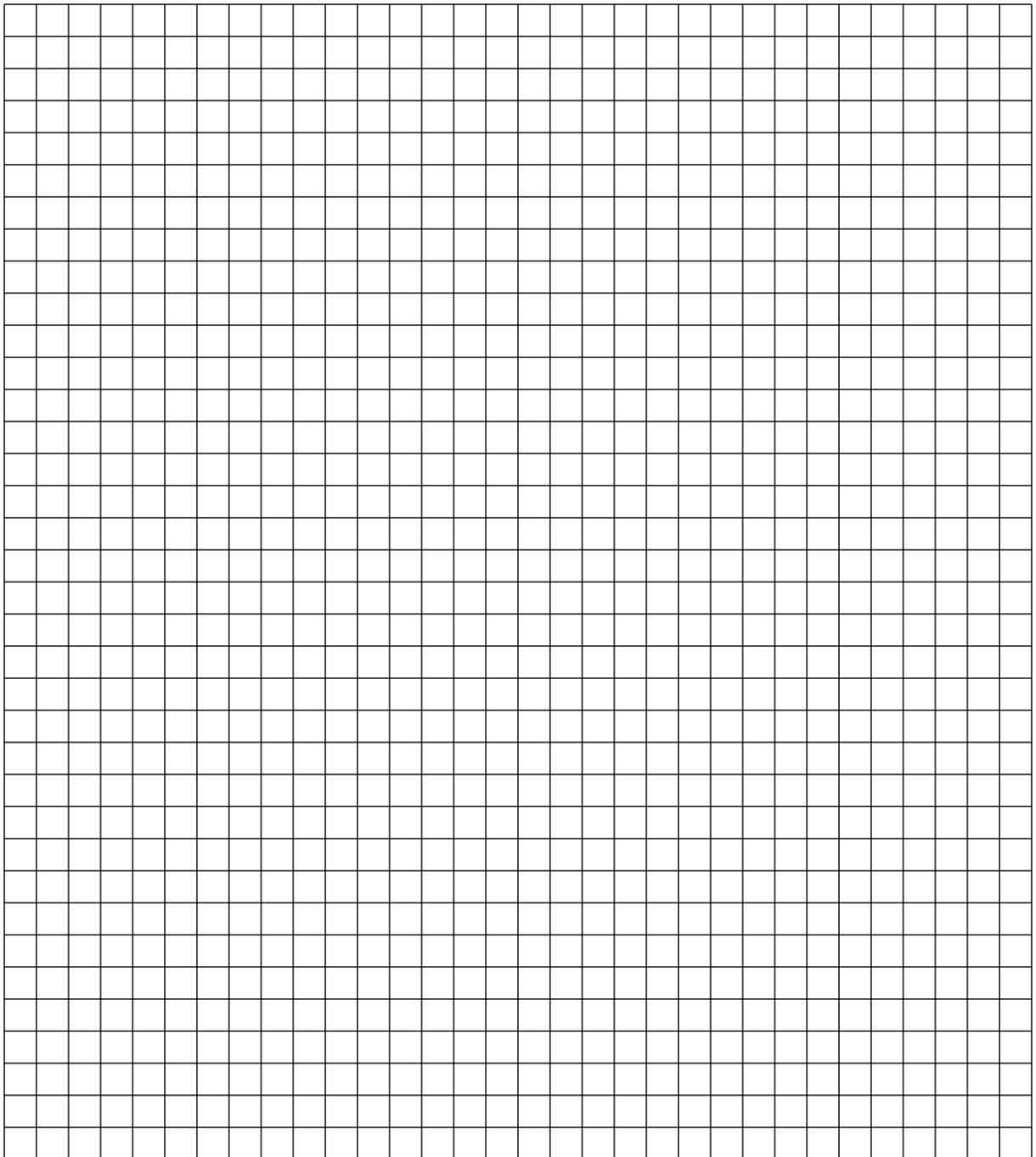


Abb. 2 — Cubes

- Donner la formule qui donne le volume de matière première (y) en fonction des dimensions intérieures du moule (x).
- Donner la formule qui donne les dimensions intérieures du moule (y) en fonction du volume de matière première (x).
- Représenter les deux fonctions des points a) et b) sur un même graphique.
- Comment, à partir des coordonnées des points de l'une des fonctions, obtenir les coordonnées des points de la réciproque sans effectuer de nouveaux calculs ?
- Justifier que les graphiques obtenus sont symétriques par rapport à la droite $y=x$.



- 4 François veut mettre ses cubes en couleur. Pour connaître la quantité de couleur nécessaire, il veut calculer la superficie des cubes. Comment calculer cette superficie ?
- Tracer dans un repère orthonormé la fonction qui donne la superficie d'un cube (y) en fonction de la longueur d'un arête du cube (x).
 - Tracer dans le même repère la fonction qui donne la longueur de l'arête du cube (y) en fonction de la superficie du cube (x).
 - La fonction du point b) est appelé la réciproque de la fonction du point a). Est-ce que la réciproque (fonction du point b)) est réellement une fonction ? Quelle est la condition à remplir pour que ce soit une fonction ?



3 Est-ce qu'on peut inverser les fonctions trigonométriques ?

1 La figure suivante montre la fonction $\sin(x)$.

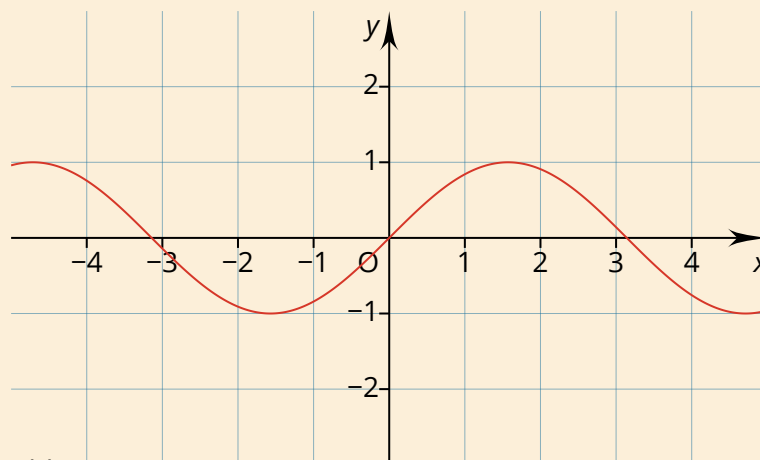
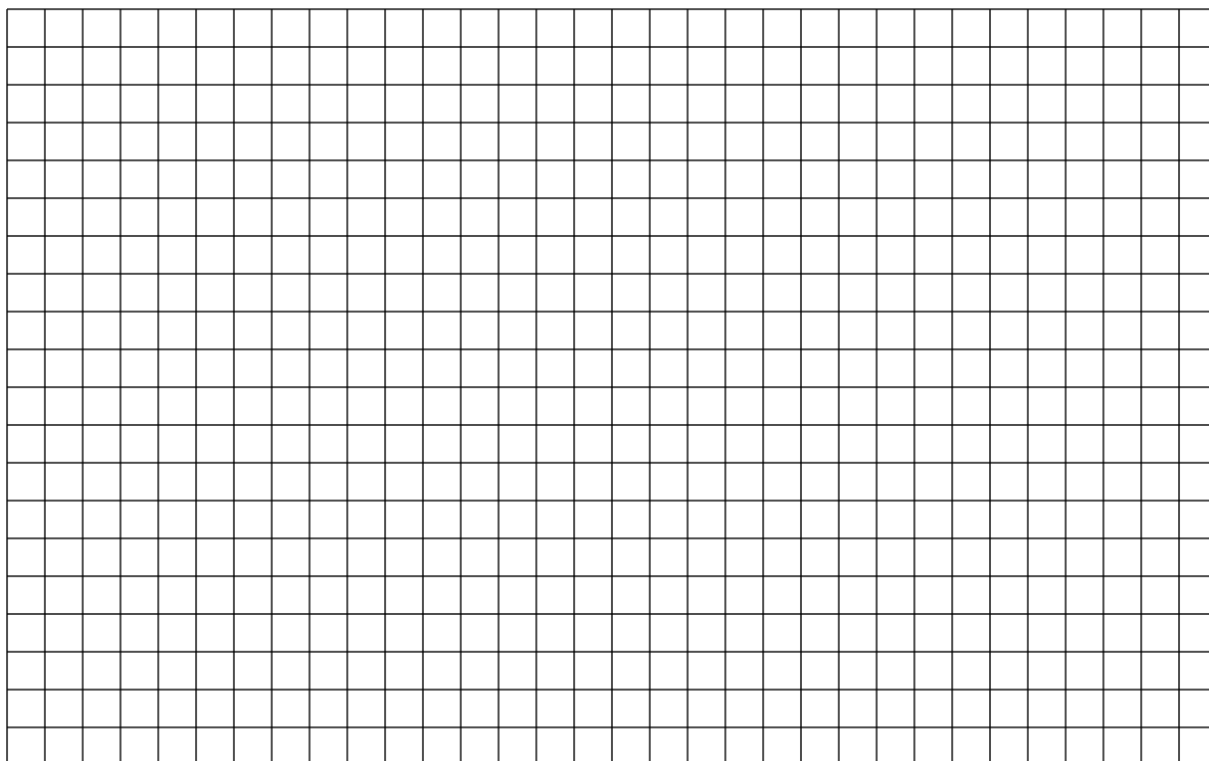


Abb. 3 — Fonction sinus

- Sur quel domaine est-ce qu'on doit restreindre le domaine de définition de la fonction sinus pour que la réciproque soit une fonction?
- Quel est alors le domaine de définition et l'ensemble image de la fonction réciproque qu'on appellera arcsinus et qu'on notera $\arcsin(x)$.
- Introduire le graphique de la fonction arcsinus dans le repère orthonormé ci-dessus.



2 La figure suivante montre la fonction $\cos(x)$.

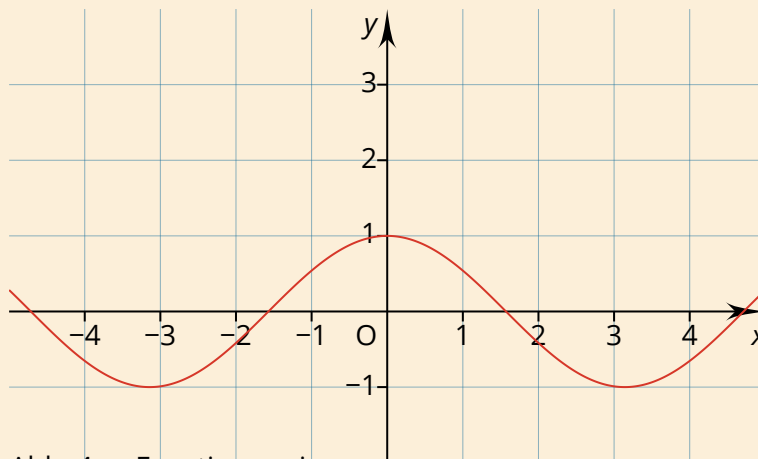
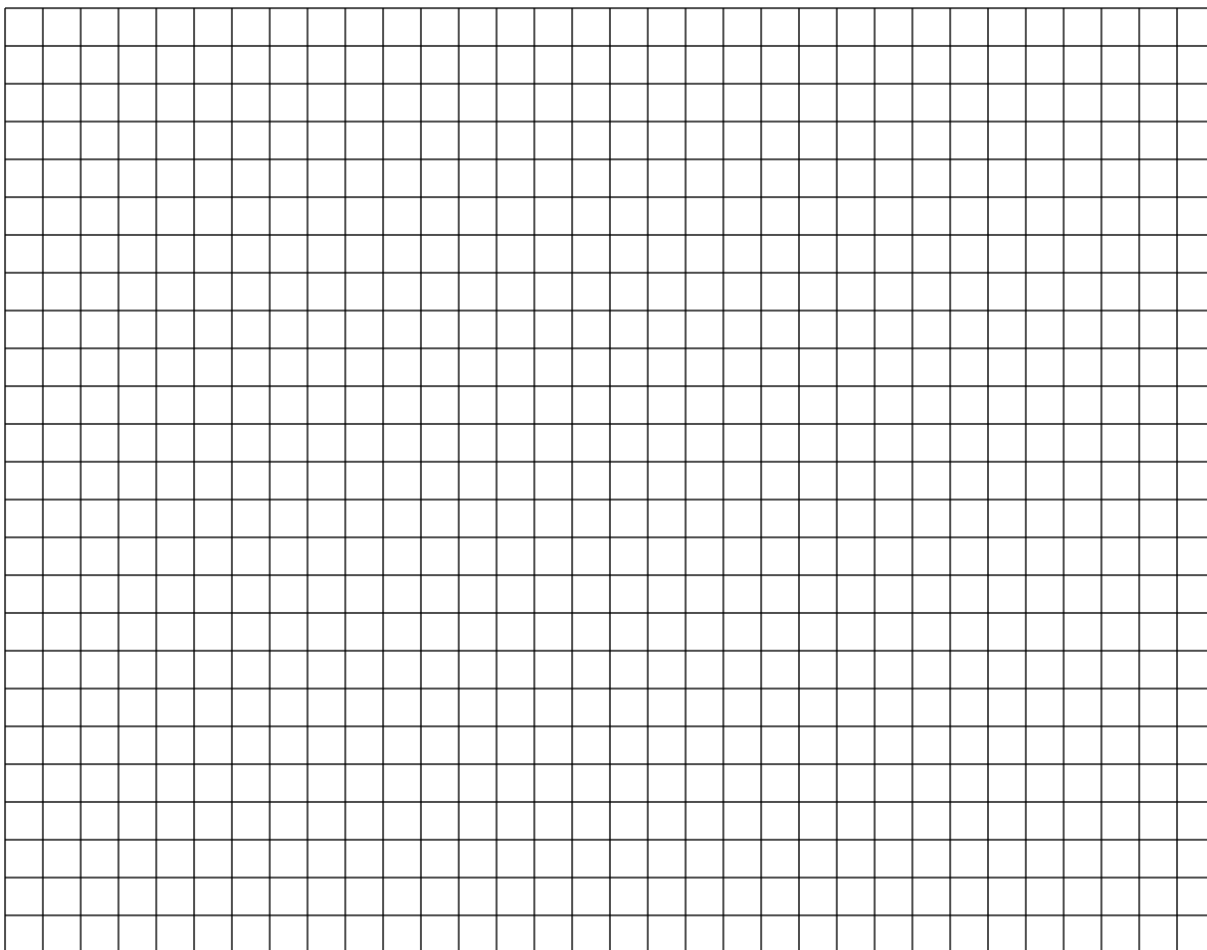


Abb. 4 — Fonction cosinus

- a) Sur quelle domaine est-ce qu'on doit restreindre le domaine de définition du cosinus pour que la réciproque soit une fonction?
- b) Quelle est alors le domaine de définition et l'ensemble image de la fonction réciproque qu'on appellera arccosinus et qu'on notera $\arccos(x)$.
- c) Introduire le graphique de la fonction arcsinus dans le repère orthonormé ci-dessus.



3 La figure suivante montre la fonction $\tan(x)$.

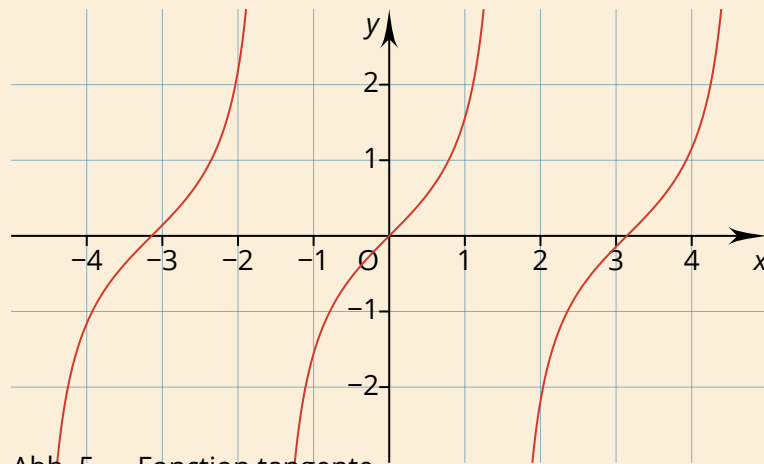


Abb. 5 — Fonction tangente

- Sur quelle domaine est-ce qu'on doit restreindre le domaine de définition de la fonction sinus pour que la réciproque soit une fonction?
- Quelle est alors le domaine de définition et l'ensemble image de la fonction réciproque qu'on appellera arctangente et qu'on notera $\arctan(x)$.
- Introduire le graphique de la fonction arcsinus dans le repère orthonormé ci-dessus.
- La fonction $\tan(x)$ a des tangentes verticales. Que deviennent ces asymptotes pour la fonction $\arctan(x)$?

Dessiner les tangentes dans le graphique ci-dessus.

