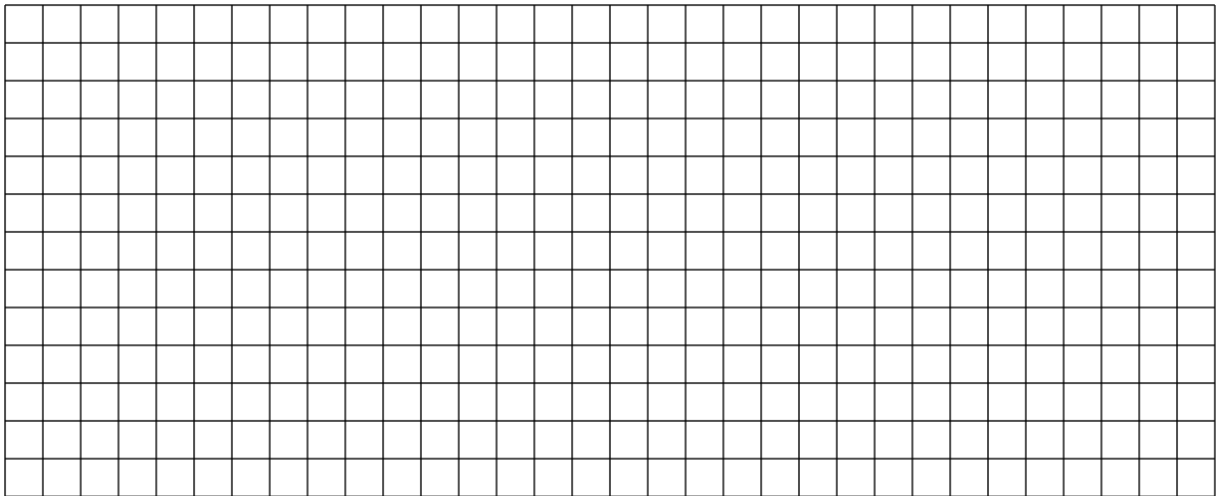


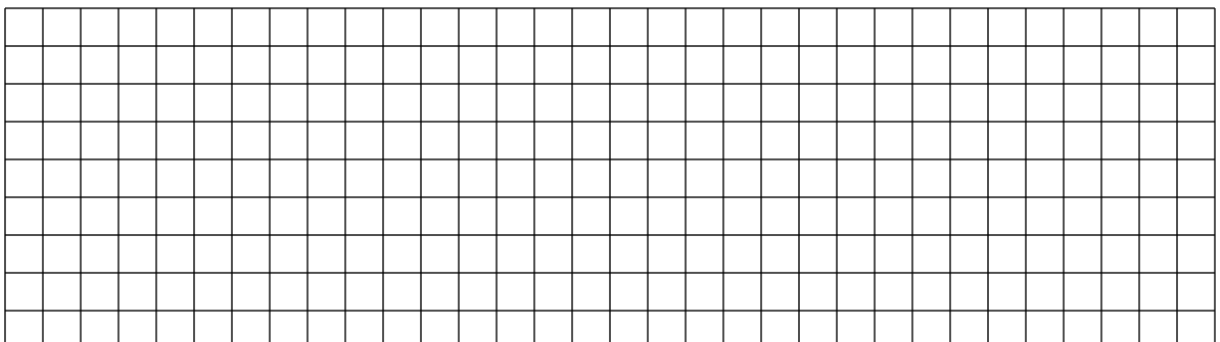
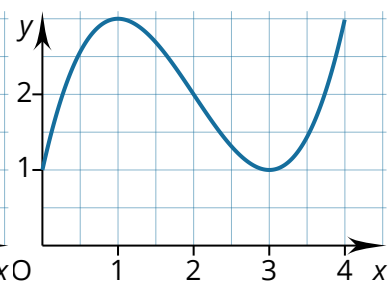
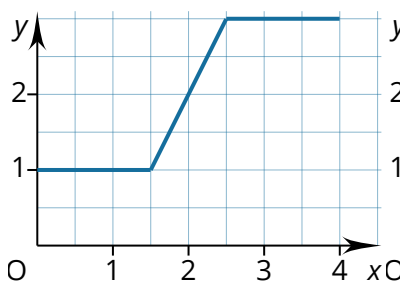
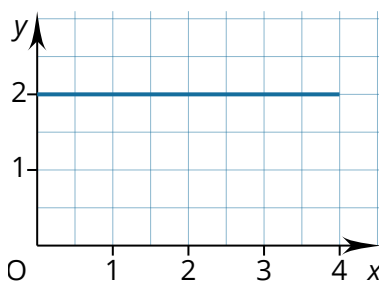
Integralrechnung

1 Einstiegsbeispiele

- ① Ein Auto fährt zwei Stunden mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h. Danach auf der Autobahn eine Stunde mit 130 km/h und zum Abschluss eine halbe Stunde mit 50 km/h.
- Welche Strecke hat das Auto insgesamt zurückgelegt?
 - Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit war das Fahrzeug unterwegs?
 - Zu Beginn der Fahrt zeigte der Kilometerzähler 33200 km. Welche Zahl zeigt er am Ende der Fahrt?



- ② Die abgebildeten Graphen beschreiben die Geschwindigkeit (in dl/min), mit der zu einem bestimmten Zeitpunkt x (in min) Wasser in einen zu Beginn leeren Eimer fließt.
- In welchem Eimer befindet sich am Ende am meisten Wasser?
 - Wie viel Wasser befindet sich nach 2 min bzw. 4 min jeweils in den Eimern?
Berechnen Sie oder schätzen Sie möglichst genau!



1 Bestimmte Integrale

Die Funktion f beschreibe die momentane Änderung einer Größe. Ihr Graph sei K_f . Die Gesamtänderung in einem Bereich kann dann mit der Fläche zwischen K_f und der x-Achse in diesem Bereich identifiziert werden. Dabei wird Flächen unterhalb der x-Achse ein negativer Wert zugeordnet, Flächen oberhalb der x-Achse ein positiver; man sagt, der Flächeninhalt ist orientiert.

Solche orientierten Flächeninhalte werden Integrale genannt.

$$\int_a^b f(x) dx$$

Ist die Funktion der momentanen Änderung (stückweise) linear, kann die Gesamtänderung mithilfe der Formeln für Dreiecks- und Rechtecksflächen berechnet werden.

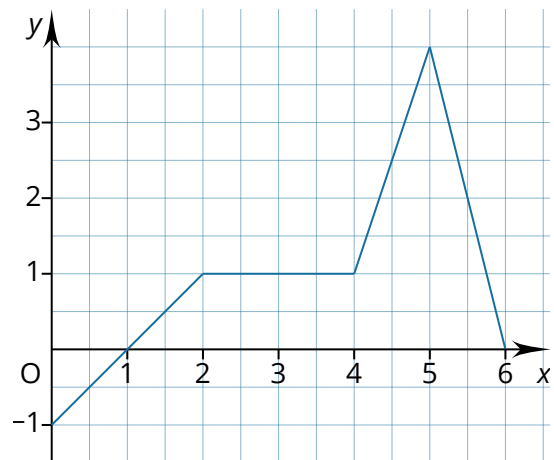
Beispiel: Das nebenstehende Schaubild zeigt den Graphen einer Funktion f .

Es gilt

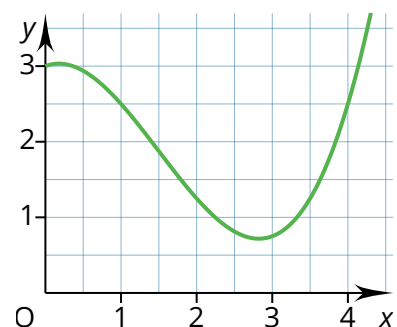
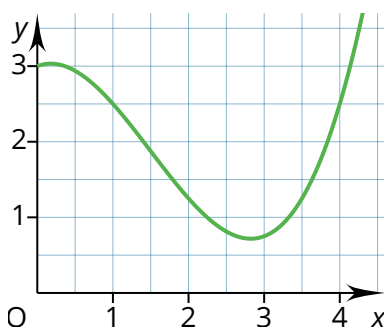
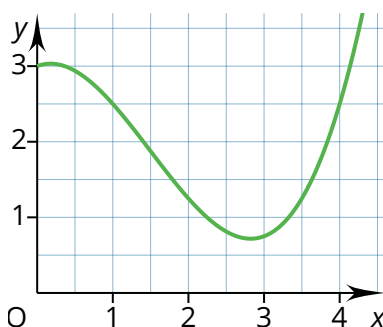
$$\int_0^1 f(x) dx = \int_4^5 f(x) dx =$$

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx =$$

$$\int_2^4 f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx =$$



Für allgemeine Funktionen kann man sich an das Integral durch Rechtecke annähern.



③ Die obigen Schaubilder zeigen den Graphen einer Funktion g .

- Schätzen Sie $\int_0^4 g(x) dx$ mithilfe von Rechtecken der Breite 2, 1 und 0,5 ab.
- Schätzen Sie $\int_0^4 g(x) dx$ ebenso durch das Zählen einzelner Kästchen ab.

