

Integralrechnung

3 Stammfunktionen

F heißt Stammfunktion von f , wenn f die Ableitungsfunktion von F ist:

$$F'(x) = f(x)$$

f beschreibt also die momentane Änderung von F . Da man den Graphen von F in y -Richtung verschieben kann, ohne seine momentane Änderung zu verändern, ist die Stammfunktion nur bis auf einen Summanden $C \in \mathbb{R}$ eindeutig.

Aus den Ableitungsregeln ergeben sich folgende **Regeln für Stammfunktionen**:

Ist f eine Funktion, so gilt für ihre Stammfunktion F :

$f(x) = ax^k$	$F(x) = \frac{a}{k+1}x^{k+1} + C$
$f(x) = ae^{bx}$	$F(x) = \frac{a}{b}e^{bx} + C$
$f(x) = a \cdot \sin(bx)$	$F(x) = -\frac{a}{b} \cdot \cos(bx) + C$
$f(x) = a \cdot \cos(bx)$	$F(x) = \frac{a}{b} \cdot \sin(bx) + C$

Zur Kontrolle die Stammfunktion ableiten.

Außerdem gilt:

Ist G eine Stammfunktion von g , so ist $F + G$ eine Stammfunktion von $f + g$.

4 Berechnung bestimmter Integrale

Stammfunktionen helfen bei der Berechnung von Integralen:

Ist F eine Stammfunktion von f so gilt

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Beispiel:

$$\int_1^3 x^2 + 4 dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + 4x \right]_1^3 = \left(\frac{1}{3}3^3 + 4 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1}{3}1^3 + 4 \cdot 1 \right) = 21 - \frac{13}{3} = \frac{50}{3}$$

Aufgabe:

a) $\int_0^2 -x^2 + 2x dx = \left[\quad \right] = \quad - \left(\quad \right) = \quad$

b) $\int_1^3 4x^3 dx = \quad$

c) $\int_0^\pi -\sin(x) dx = \quad$

d) $\int_0^4 e^{0,5x} dx = \quad$