Integralrechnung

3 Stammfunktionen

F heißt Stammfunktion von f, wenn f die Ableitungsfunktion von F ist:

$F'(x) = f(x)$

f beschreibt also die momentane Änderung von F. Da man den Graphen von F in y-Richtung verschieben kann, ohne seine momentane Änderung zu verändern, ist die Stammfunktion nur bis auf einen Summanden $C \in \mathbb{R}$ eindeutig.

Aus den Ableitungsregeln ergeben sich folgende **Regeln für Stammfunktionen**:
Ist f eine Funktion, so gilt für ihre Stammfunktion F:

$f(x) = ax^k$	$F(x) = \frac{a}{k+1}x^{k+1} + C$
$f(x) = ae^{bx}$	$F(x) = \frac{a}{b}e^{bx} + C$
$f(x) = a \cdot sin(bx)$	$F(x) = -\frac{a}{b} \cdot cos(bx) + C$
$f(x) = a \cdot cos(bx)$	$F(x) = \frac{a}{b} \cdot sin(bx) + C$

Zur Kontrolle die Stammfunktion ableiten.

Außerdem gilt:
Ist G eine Stammfunktion von g, so ist $F + G$ eine Stammfunktion von $f + g$.

4 Berechnung bestimmter Integrale

Stammfunktionen helfen bei der Berechnung von Integralen:
Ist F eine Stammfunktion von f so gilt

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Beispiel:

$\int_1^3 x^2 + 4\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + 4x\right]_1^3 = \left(\frac{1}{3}3^3 + 4 \cdot 3\right) - \left(\frac{1}{3}1^3 + 4 \cdot 1\right) = 21 - \frac{13}{3} = \frac{50}{3}$

Aufgabe:

a) $\int_0^2 -x^2 + 2x\,dx = \left[\qquad\right] = \qquad - \left(\qquad\right) =$

b) $\int_1^3 4x^3\,dx =$

c) $\int_0^\pi -\sin(x)\,dx =$

d) $\int_0^4 e^{0,5x}\,dx =$