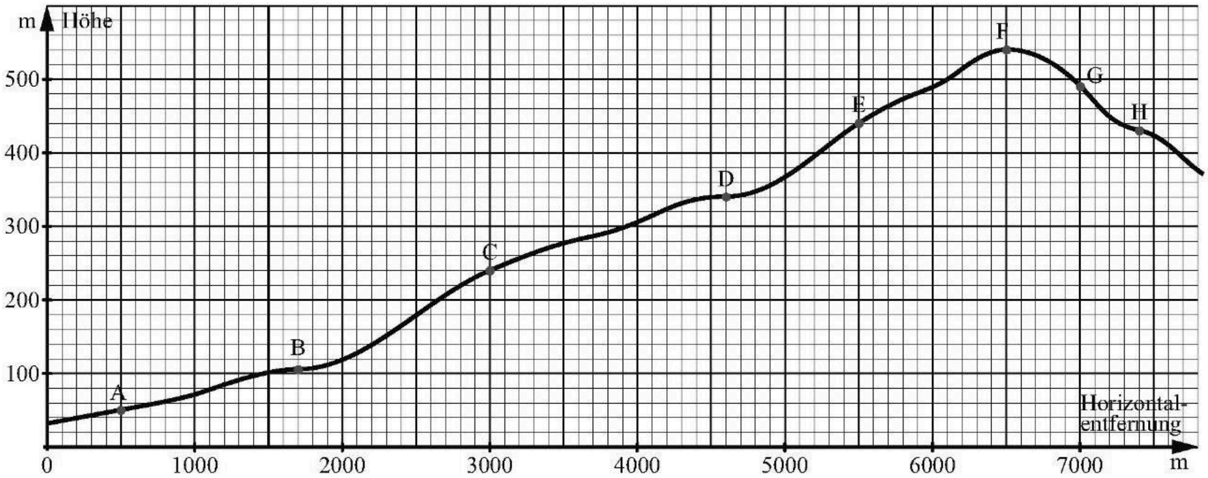
Im Radsport orientieren sich die Fahrer an Höhen- profilen der Strecke um sich vorzuberei- ten. An ihnen erkennen sie, wie sie ihre Kräfte einteilen müssen. Besonders wichtig hierfür ist die Steigung an einzelnen Stellen und Streckenabschnitten, denn von ihr hängt der Kraft- aufwand ab, den man betreiben muss, um die entsprechende Strecke hinter sich zu lassen.



Für einen Triathlon ist das Höhenprofil der ersten Kilometer der Radstrecke angegeben.

① In welchen der eingetragenen Punkte erwarten die Fahrer vermutlich die größten An- strengungen, wo können sie gut Kräfte sparen? Begründen deine Entscheidung.

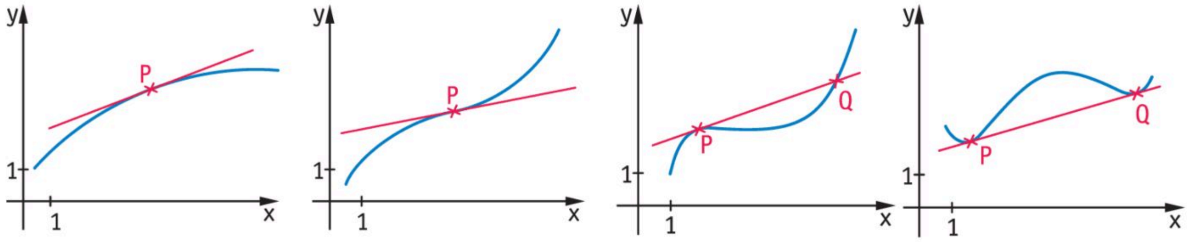
② In welchen Punkten ist die Steigung vermutlich null? Begründe deine Entscheidung.

③ Warum ist es sinnvoll von der Steigung in einem Punkt zu sprechen? Überlege, wie man am Graphen die Steigung in einem Punkt näherungsweise bestimmen kann. Bestimme die Steigung in Punkt C. Beschreibe dein Vorgehen.

> Die Steigung des Graphen einer Funktion f im Punkt P bzw. die Steigung des Graphen von f an der Stelle x_0 ist die Steigung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $P(x_0|\ f(x_0))$. Man nennt diese Steigung Ableitung von f an der Stelle x_0 und schreibt $f'(x_0)$.

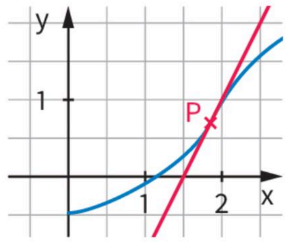
Eine Tangente an einen Kreis hat mit diesem nur einen einzigen Punkt gemeinsam. Bei einer Tangente an einen Funktionsgraphen im Punkt P sind mehrere Fälle möglich: Die Tangente

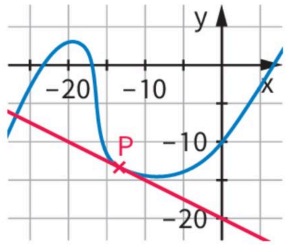
- berührt den Graphen in einem Punkt.
- durchsetzt den Graphen in einem Punkt.
- berührt oder schneidet den Graphen noch in weiteren Punkten.

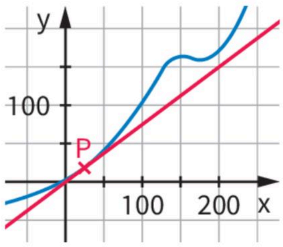


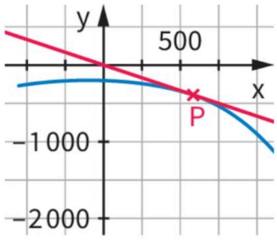
In allen Fällen jedoch schmiegt sich die Tangente in der Nähe des Punktes P möglichst gut an den Graphen der Funktion an.

④ In den Grafiken ist jeweils die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $P(x_0 \mid f(x_0))$ eingezeichnet. Bestimme die Ableitung $f'(x_0)$.

a)


b)


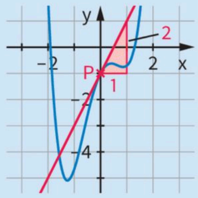
c)


d)


Beispiel

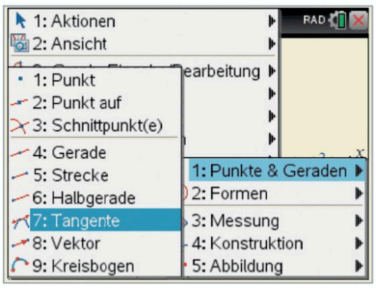
Bestimmen der Ableitung f′(0):
- Tangente an der Stelle 0 zeichnen
- gut ablesbares Steigungsdreieck zeichnen
- Steigung berechnen

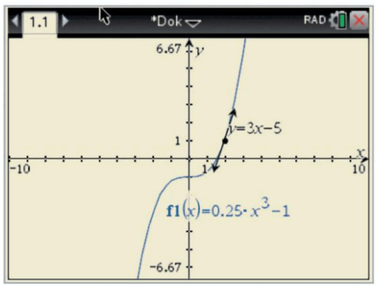
$m = \frac{2}{1} = 2$
$= f'(0)$



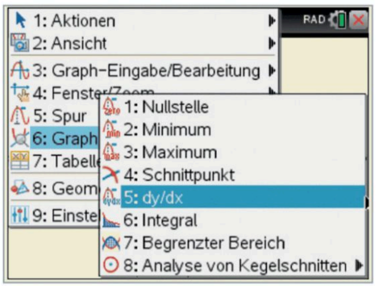
⑤ Ermittele mit Hilfe des Taschenrechners für den Graphen zu $f(x)=-x^4$ an den Stellen -1;-0,5;0;0,5;1 die Steigung. Zeichne dazu auch die Tangenten ein. Speichere nach der Bearbeitung das Dokument auf deinem Taschenrechner.

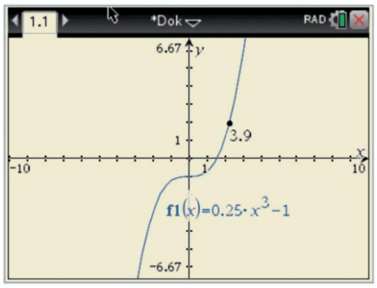
Mit einem grafikfähigen Taschenrechner kann man im Menü *Punkte und Geraden* mit dem Befehl *Tangente* an jeden Punkt des Graphen die Tangente einzeichnen lassen.



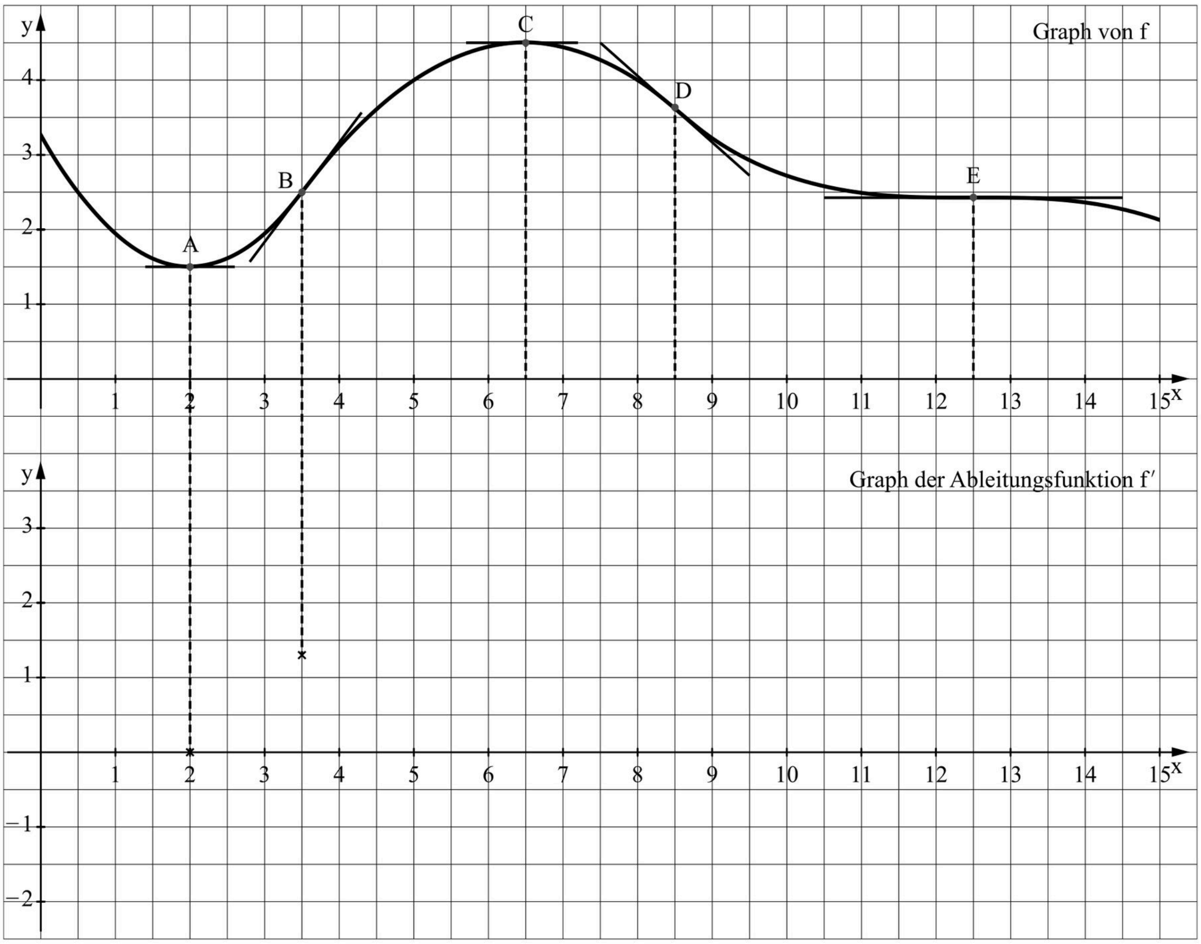


Die Steigung des Graphen in einem Punkt kann man im Menü *Graph analysieren* mit dem Befehl dy/dx bestimmen.





In der Abbildung ist der Graph einer Funktion f gegeben. Im Koordinatensystem darunter wurde die Steigung des Graphen für zwei Punkte eingetragen. Trage in das untere Koordinatensystem näherungsweise die Tangentensteigungen für weitere Punkte des Graphen ein. Verbindet man die Punkte im unteren Koordinatensystem miteinander, erhält man so ungefähr den Verlauf eines Graphen der Funktion f'(x). Dieser Graph ist der Graph der Ableitungsfunktion von f.



⑥ Untersuche folgende Fragen zu dem Graphen der Funktion.

- In welchen Intervallen ist die Steigung des Graphen positiv, in welchen negativ?
- In welchen Punkten verlaufen die Tangenten waagerecht, also parallel zur x-Achse und welchen Wert hat die Ableitung an dieser Stelle?
- In welchen Punkten durchsetzt die Tangente den Graphen von f und wie verhält sich die Ableitung links bzw. rechts von diesem Punkt?
  Welche Besonderheit ergibt sich für die Ableitung an solchen Stellen und wie wirkt sich dies bei der Tangentensteigungskurve aus?