Extremwerte quadratische Terme

Minimun

Wenn **a > 0** ist, besitzen Terme der Form **a (x - m)^2 + n** ein **Minimum n** für x = m.

Man schreibt $\mathbf{T_{min}}$ **= n** für x = m (a ϵ $\mathbb{Q}^+$; m, n, x ϵ $\mathbb{Q}$)

Maximun

Wenn **a < 0** ist, besitzen Terme der Form **a (x - m)^2 + n** ein **Maximum n** für x = m.

Man schreibt $\mathbf{T_{min}}$ **= n** für x = m (a ϵ $\mathbb{Q}^+$; m, n, x ϵ $\mathbb{Q}$)

1. Bestimme die Extremwerte der folgenden Terme. Gib die zugehörige Belegung von x an. Überprüfe es mit dem Taschenrechner.

a) T(x) = - 7 (x + 6)² + 9 |T ___ = ___ x = ___

b) T(x) = - 7 (x + 7)² + 5 |T ___ = ___ x = ___

c) T(x) = - 8 (x + 2)² + 9 |T ___ = ___ x = ___

d) T(x) = 5 (x- 8)² - 9 |T ___ = ___ x = ___

e) T(x) = - 3 (x + 7)² + 6 |T ___ = ___ x = ___

f) T(x) = - 4 (x + 7)² + 7 |T ___ = ___ x = ___

g) T(x) = - 5 (x + 8)² + 9 |T ___ = ___ x = ___

h) T(x) = 7 (x- 8)² - 5 |T ___ = ___ x = ___

i) T(x) = - 8 (x - 4)² + 2 |T ___ = ___ x = ___

j) T(x) = - 8 (x + 5)² + 3 |T ___ = ___ x = ___

② Finde einen passenden Term

a) $T_{max} = -3 \mid x = 9$

b) $T_{max} = -8 \mid x = 4$

c) $T_{max} = 3 \mid x = 6$

d) $T_{max} = -4 \mid x = 0$

e) $T_{max} = -10 \mid x = 4$

f) $T_{min} = -1 \mid x = 7$

g) $T_{min} = -5 \mid x = 2$

h) $T_{max} = 7 \mid x = -1$

i) $T_{max} = 3 \mid x = 7$

j) $T_{max} = 2 \mid x = 2$

Quadratische Ergänzung

Um die Parabel einer quadratischen Funktion **ohne Wertetabelle** konstruieren zu können und die **Extremwerte** zu lesen, brauchen wir die **Scheitelpunktform** $f(x) = a(x - b)^2 + c$.

Ist die quadratische Funktion jedoch nur in ihrer **allgemeinen Form** $f(x) = ux^2 + vx + w$ gegeben, müssen sie wir erst umformen.

Dies schaffen wir mithilfe der **quadratischen Ergänzung**.

Chloe bekommt folgende quadratische Funktion **f (x) = x² + 6x + 10**. Sie hat folgenden Lösungsweg ausgedacht.

Sie geht folgende Schritte so vor:

$f(x) = x^2 - 6x \qquad + 10$

$f(x) = x^2 - 2 \cdot 3x \qquad + 10$ Vergleich mit $a^2 - 2ab + b^2$

$f(x) = x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2 + 10$ Addiere zu dem Term 3^2 dazu, damit der Term sich nicht verändert, muss 3^2 abzogen werden.

$f(x) = (x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2) - 9 + 10$ Wende $a^2 - 2ab + b^2$ an

$f(x) = (x - 3)^2 \qquad + 1$ Fasse es zu $(a - b)^2$ zusammen.

$T_{min} = 1$ für $x = 3$

Tim bekommt folgende quadratische Funktion
$f(x) = 2x^2 + 4x + 2$. Er hat folgenden Lösungsweg ausgedacht.
Sie geht folgende Schritte so vor:

$f(x) = 2x^2 + 4x \qquad + 2$	
$f(x) = \mathbf{2}(x^2 + 2x) \qquad + 2$	Klammere die **2** aus dem **x** Term aus
$f(x) = \mathbf{2}(\mathbf{x^2} + 2 \cdot \mathbf{1} \cdot x) \qquad + 2$	Vergleich mit **a**² +2 **ab** + b²
$f(x) = \mathbf{2}(\mathbf{x}^2 + 2 \cdot \mathbf{1}\,\mathbf{x} + \mathbf{1}^2 - 1^2) + 2$	Addiere zu dem Term **1**² dazu, damit der Term sich nicht verändert, muss 1² abzogen werden.
$f(x) = \mathbf{2}(\mathbf{x}^2 + 2 \cdot \mathbf{1}\,\mathbf{x} + \mathbf{1}^2) - 2 + 2$	Wende **a**² +2 **ab** + **b**² an pass auf das - 1² noch mit **2** multilpliziert werden muss.
$f(x) = (\mathbf{x} + \mathbf{1})^2$	Fasse es zu (**a** - **b**)² zusammen.

$T_{min} = 2$ für $x = -1$

③ Berechne!

a) $x^2 + 4\,x + 19 =$

c) $x^2 + 14\,x + 5 =$

b) $x^2 + 12\,x + 5 =$

d) $x^2 + 12\,x + 4 =$

Berechne!

$0{,}9 \cdot x^2 + 7{,}2\,x + 18 =$

$1{,}9 \cdot x^2 + 30{,}4\,x + 5 =$

$1{,}2 \cdot x^2 + 14{,}4\,x + 20 =$

$-0{,}4 \cdot x^2 + -6{,}4\,x + 15 =$