

Arbeitsmaterial: Grenzwerte von Funktionen und Stetigkeit

- ① Untersuche in Geogebra die gegebene, unbekannte Funktion $f(x)$.
 Finde hinter der Blackbox heraus, ob der rechtsseitige und linksseitige Grenzwert für $x = 2$ existieren, indem du dich mittels des Schiebereglers an die Stelle annäherst und die Entwicklung des Funktionswertes beobachtest.

- Linksseitiger Grenzwert

existiert nicht.

existiert und lautet $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \text{[]}$.

- Rechtsseitiger Grenzwert

existiert nicht.

existiert und lautet $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \text{[]}$.



<https://www.geogebra.org/m/hg4jqw5u>

Definition: Sei $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. f ist an einer Stelle $x_0 \in D$ stetig, wenn gilt: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existiert und es ist $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$. Wir nennen f stetig, wenn f an allen Stellen stetig ist.

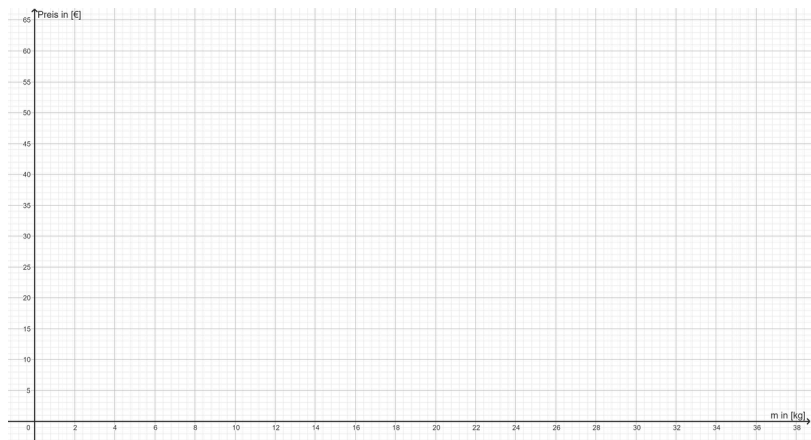
Entscheide:
 Nach dieser Definition ist der Graph aus Aufgabe 3 stetig / nicht stetig. Begründe.

- ② Die Tabelle gibt aktuelle Kosten für Pakete bei DHL an. Runde die Preise passend und trage sie in das Koordinatensystem ein.

- a) Entscheide: Die Funktion $\text{Preis}(m)$ ist stetig / nicht stetig.
 b) Gib den rechtsseitigen und linksseitigen Grenzwert für $m=2\text{kg}$ an.
 c) Überlege, welche Aussagen jeweils inhaltlich und mathematisch über den links- und rechtsseitigen Grenzwert für $m=0\text{kg}$ getroffen werden können.
 d) Finde weitere Beispiele für ähnliche unstetige Funktionen.

PAKETE ⁽¹⁾

bis 2 kg	bis 5 kg ⁽²⁾	bis 10 kg ⁽³⁾	bis 20 kg ⁽³⁾	bis 31,5 kg ^(3,5)
14,49 €	16,49 €	21,49 €	27,30 €	45,49 € ⁽⁴⁾



③ Gegeben sind die abschnittsweise definierten Funktionen f und g .

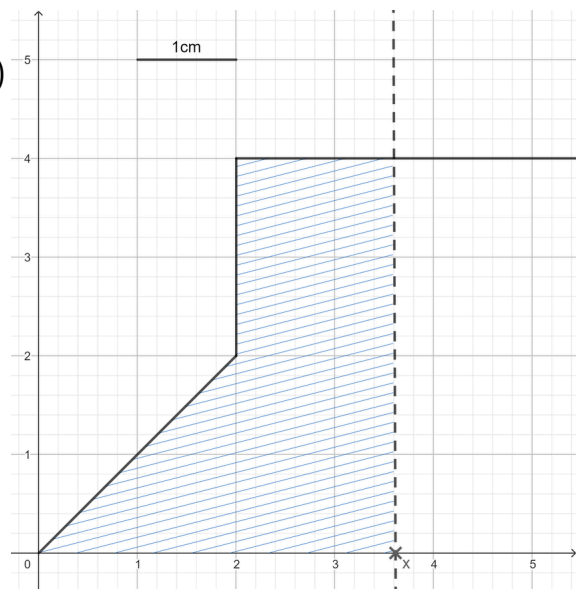
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}k^2x - 1, & x \leq 2 \\ 2 + kx, & x > 2 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} a(x - 3)^2, & x \leq 2 \\ 2b - x, & x > 2 \end{cases}$$

- a) Bestimme k so, dass f an der Abschnittsgrenze x_0 stetig ist.
- b) Berechne, welche Beziehung zwischen a und b gelten muss, damit g stetig bei x_0 ist.

Aufgabe aus: Bigalke/Köhler. Cornelsen. *Mathematik. Analysis. Band 1.*

④ In ein Koordinatensystem (1LE $\hat{=}$ 1cm) ist ein Streckenzug eingezeichnet. Die Funktion $A(x)$ ordnet jeder Zahl $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq 0$ den Inhalt der schraffierten Fläche in Quadratcentimetern zu.

- a) Gib die Werte $A(0)$, $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$ und $A(4)$ an.
Trage die Punkte in das untenstehende Koordinatensystem.
- b) Argumentiere, ob die Funktion $A(x)$ an der Stelle $x_0 = 2$ stetig ist.
- c) Skizziere den Graphen $A(x)$.
- d) Gib eine abschnittsweise definierte Funktionsgleichung für die Funktion an.



Aufgabe adaptiert aus: *Lambacher Schweizer 11/12*

